

**А.О. ПРОХОРЕНКО**, канд. техн. наук, доц., НТУ«ХП»

## **ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ РІВНЯННЯ ЕЛЕКТРОННОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ДИЗЕЛЯ З АКУМУЛЯТОРНОЮ ПАЛИВНОЮ СИСТЕМОЮ**

Описано вивід диференціального рівняння формування керуючого сигналу в електронному блоці керування (ЕБК) дизеля, що включає до складу свого алгоритму опис роботи електронного регулятора частоти обертання, виконаний на основі загальної теорії САР.

Описан вывод дифференциального уравнения формирования управляющего сигнала в электронном блоке управления (ЭБУ) дизеля, включающем в состав своего алгоритма описание работы электронного регулятора частоты вращения, выполненный на основе общей теории САР.

This article describes the output of the differential equation form of the control signal to the electronic control unit (ECU) diesel engine, which includes part of the algorithm description of the electronic speed controller, made on the basis of the general theory of ATS.

**Вступ.** Відомо, що всі дизельні двигуни обладнаються регуляторами частоти обертання колінчастого вала [1]. Але на сучасних дизелях застосовується паливна апаратури (ПА) акумуляторного типу з електромагнітними або п'єзоелектричними пристроями керування упорскуванням – форсунками [2]. Регулювання величини циклової подачі в такій ПА здійснюється зміною тривалості керуючого електричного імпульсу, що відкриває за допомогою електропривода запірний орган. Тому, застосування традиційних регуляторів з механічним чутливим елементом для таких двигунів неприйнятно, або сполучено зі значними конструктивними складнощами, пов'язаними з перетворенням механічних сигналів в електричні.

Це обґрунтовує необхідність застосування на дизелях з електромагнітної ПА електронних регуляторів, які на основі показань електричних чутливих елементів (датчиків) виробляють електричний сигнал керування.

Теорія автоматичного регулювання двигунів внутрішнього згоряння (ДВЗ) у частині механічних регуляторів прямої й непрямої дії являє собою сформовану науку, здатну описати будь-яку схему системи автоматичного регулювання (САР), що включає гідравлічні, пневматичні й електричні елементи [1]. Однак електронним регуляторам у цій галузі науки про ДВЗ приділено ще недостатньо уваги. Це пов'язане із триваючим бурхливим розвитком їх апаратної й програмної матеріальної частини.

У статті описаний вивід диференціального рівняння формування керуючого сигналу в електронному блоці керування (ЕБК) дизеля, що включає до складу свого алгоритму опис роботи електронного регулятора частоти обертання, виконаний на основі загальної теорії САР.

**Операторне рівняння системи регулювання.** При виводі рівняння прийнято, що інерційність (тобто часові константи) датчиків і виконавчих механізмів системи малі, у порівнянні з часом дискретизації роботи системи, і ними можна знехотити. Дискретизація дорівнює тривалості одного робочого циклу двигуна, що для чотиритактної машини відповідає двом обертам колінчастого вала. Тому, природно, така система є безперервно-цифровою: безперервний елемент – це об'єкт регулювання, тобто дизель, і цифровий, дискретний елемент – його система керування. Тут і надалі для її дослідження прийнятий один із припустимих методів – система зводиться до безперервної і стаціонарної [3].

У роботі [4] показано, що дизельний двигун, оснащений акумуляторною системою паливоподачі, є більше складним об'єктом регулювання, ніж традиційний дизель. Зокрема, він являє собою аперіодичну ланку другого, а не першого порядку [4].

Для підтримки заданого швидкісного режиму в схему управління двигуна необхідно ввести регулятор. У цьому випадку, оскільки мова йде про двигун з акумуляторною паливною системою й електромагнітним керуванням форсунками, такий регулятор може бути тільки електронним.

**Рівняння ПІД-регулятора.** У цей час в якості електронних регуляторів у всіх областях техніки найбільше застосування отримали алгоритми, у яких реалізовані пропорційний, диференціальний й інтегральний закони керування шляхом повного або часткового їхнього об'єднання (так звані ПІД-регулятори). Для досліджуваного двигуна – дизеля з акумуляторної ПА, вхідною керуючою величиною, що виробляє ЕБК, є тривалість керуючого сигналу на електромагніт форсунки  $\tau$ . Загальна схема його формування показана на рисунку.

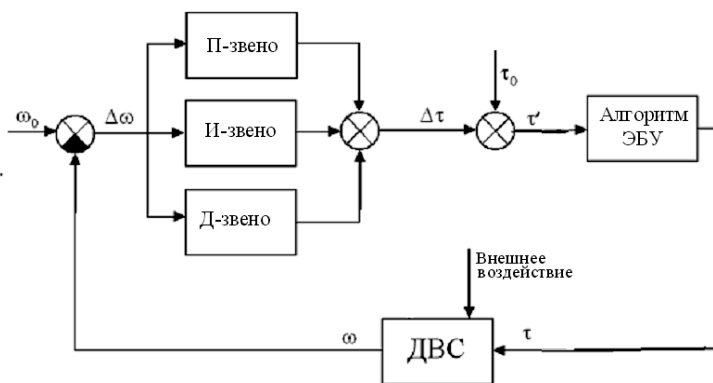


Рисунок – Загальна схема регулювання частоти обертання дизеля.

Введемо позначення для безрозмірних відносних координат:  $x = \Delta\tau/\tau_0$

– регулюючий вплив;  $\varphi = \Delta\omega/\omega_0$  – частота обертання колінчастого вала. Нехай також:  $x'$  – це величина регулюючого впливу до проходження сигналу через алгоритм ЕБК (тобто до надходження на виконавчий механізм). Тоді, як видно з наведеної на малюнку схеми, у регулюванні швидкісного режиму беруть участь три зазначені взаємозалежні внутрішні відносні координати.

Причому, координата  $\varphi$  залежить від  $x$  через передатну функцію двигуна [4]; координата  $x$  у свою чергу залежить від  $x'$  через передатну функцію алгоритму ЕБК. Залежність  $x'$  від  $\varphi$  можна виразити у вигляді суми передатних функцій окремих ланок в алгоритмі електронного регулятора:

- пропорційної  $W_{\Pi}(p)\varphi$ ,
- диференціальної  $W_{\Delta}(p)\varphi$ ,
- інтегральної  $W_{\text{И}}(p)\varphi$ .

Це дозволяє записати рівність:

$$x' = W_{\Pi}(p)\varphi + W_{\Delta}(p)\varphi + W_{\text{И}}(p)\varphi. \quad (1)$$

Передатна функція пропорційної ланки описує підсилювач сигналу з коефіцієнтом  $k_{\Pi}$  [5], де  $k_{\Pi}$  – пропорційний коефіцієнт регулятора. Тоді:

$$W_{\Pi}(p)\varphi = k_{\Pi}\varphi. \quad (2)$$

Запишемо передатну функцію ідеальної інтегруючої ланки [5]:

$$W_{\text{И}}(p)\varphi = \left( \frac{k_{\text{И}}}{p} \right) \varphi. \quad (3)$$

Однак, при програмній реалізації такої функції потрібна організація інтегрування по нескінченному проміжку часу, що для системи керування двигуном внутрішнього згоряння неможливо технічно. Звичайне інтегрування показників процесу роботи обмежується якимсь кінцевим проміжком часу  $T_{\text{И}}$ , що і назовемо *часом інтегрування*. Оскільки робочий процес у двигуні здійснюється періодично, з періодом, кратним частоті обертання колінчастого вала, то й величина  $T_{\text{И}}$  змінюється дискретно, і може приймати значення, підлеглі такому закону:

$$T_{\text{И}} = N \frac{120}{n}, \quad (4)$$

де  $N$  – число робочих циклів, що враховуються для інтегрування;  $n$  – частота обертання колінчастого вала,  $\text{хв}^{-1}$ ;  $120/n$  – тривалість одного робочого циклу.

Передатна функція такої кінцевої (із уповільненням) інтегруючої ланки має вигляд [5]:

$$W_{\text{И}}(p)\varphi = \left( \frac{k_{\text{И}}}{p(1 + 0,5T_{\text{И}}p)} \right) \varphi, \quad (5)$$

де  $k_H$  – інтегральний коефіцієнт регулятора.

Ідеальна диференціальна ланка описується передатною функцією [5]:

$$W_D(p)\varphi = k_d p \varphi, \quad (6)$$

і також не може бути технічно реалізована. Для її заміни використовується диференціальна ланка із уповільненням, що описується передатною функцією [5]:

$$W_D(p)\varphi = \left[ \frac{k_d p}{(T_d p + 1)} \right] \varphi. \quad (7)$$

Тут  $T_d$  – крок диференціювання за часом,  $k_d$  – диференціальний коефіцієнт регулятора. Для системи керування двигуном внутрішнього згоряння обирають в якості  $T_d$  тривалість одного робочого циклу.

Підстановка отриманих виразів (2), (5), (7) у рівняння (1) приводить його до виду:

$$-x' = k_n \varphi + k_d \frac{p}{T_d p + 1} \varphi + k_u \frac{1}{0,5 T_u p^2 + p} \varphi. \quad (8)$$

Після перетворень рівняння (8) одержимо диференціальне рівняння електронного ПД-регулятора:

$$\begin{aligned} 0,5 T_d T_H p^3 x' + (T_d + 0,5 T_H) p^2 x' + p x' = \\ = 0,5 (k_H T_d + k_d) T_H p^3 \varphi + (k_H (0,5 T_H + T_d) + k_H T_d + k_d) p^2 \varphi + k_H p \varphi + k_H \varphi. \end{aligned} \quad (9)$$

Тут і у всіх виразах вище  $p$  – це позначення оператора Лапласа.

Виходячи з виразу (4) і даного раніше визначення величини  $T_d$ , можна вважати, що  $T_H = N T_d$ . Тоді рівняння (9) запишеться так:

$$\begin{aligned} 0,5 N T_d p^3 x' + (0,5 N + 1) T_d p^2 x' + p x' = 0,5 N (k_H T_d + k_d) T_d p^3 \varphi + \\ + (((0,5 N + 1) k_H + k_H) T_d + k_d) p^2 \varphi + k_H p \varphi + k_H \varphi. \end{aligned} \quad (10)$$

Подальший аналіз отриманого рівняння проведемо нижче, після його спрощення.

**Передатна функція алгоритму ЕБК.** Формування керуючого сигналу в ЕБК має часову затримку  $T_3$ , пов'язану зі збором й обробкою інформації від датчиків. Очевидно, що  $T_3 \geq T_d$ ; точніше, воно може приймати значення відповідно до закону:

$$T_3 = N_3 \frac{120}{n}, \quad (11)$$

де  $N_3 = 1, 2, 3, \dots$  – ціле число робочих циклів двигуна, протягом яких відбувається формування керуючого сигналу.

Ланка затримки, або «чистого» запізнювання описується передатною функцією [5]:

$$W(p)x' = e^{-T_3 p x'} . \quad (12)$$

Експонентну функцію розкладемо в ряд Маклорена з урахуванням перших двох членів ряду:

$$e^{-T_3 p} \approx \frac{1}{1 + T_3 p} . \quad (13)$$

Крім того, наявність суматора, як видно зі схеми на малюнку, визначає, що в алгоритм ЕБК надходить величина тривалості керуючого сигналу, що містить дві складові:  $x$  і  $\alpha_p$ , де остання є зовнішнім керуючим впливом, викликаним примусовим переміщенням органа керування двигуном (*електронної педалі*). Тобто, з наближеної рівності (13) випливає, що процес затримки сигналу може бути розглянутий як аперіодична ланка першого порядку, передатна функція якої має вигляд:

$$W(p)(x' + \alpha_p) = \frac{1}{T_3 p + 1}(x' + \alpha_p) . \quad (14)$$

Запишемо диференціальне рівняння цієї ланки:

$$T_3 p x + x = x' + \alpha_p . \quad (15)$$

**Загальне рівняння електронної частини.** Диференціальне рівняння, що описує весь процес проходження сигналу в електронному блоці керування, включаючи регулятор, може бути отримане шляхом зведення в одну систему рівнянь (10) і (15):

$$\begin{cases} 0,5NT_d p^3 x' + (0,5N + 1)T_d p^2 x' + p x' = 0,5N(k_{II}T_d + k_d)T_d p^3 \varphi + \\ + ((0,5N + 1)k_{II} + k_{II})T_d + k_d) p^2 \varphi + k_{II} p \varphi + k_{II} \varphi; \\ T_3 p x + x = x' + \alpha_p. \end{cases} \quad (16)$$

Для спрощення подальшого аналізу прийемо таке.

1. Час затримки сигналу в алгоритмі ЕБК  $T_3$  дорівнює часу одного робочого циклу двигуна ( $N_3 = 1$ ) і, отже, виходячи з рівняння (11):

$$T_3 = 1 \cdot \frac{120}{n} = T_d . \quad (17)$$

2. Регулятор реалізований у вигляді ПД-регулятора. У цьому випадку в рівнянні (10)  $N = 0$  й  $k_{II} = 0$ .

3. Огляду на прийняте, рівняння системи (16) приймуть вид:

$$\begin{cases} T_d p x' + x' = (k_{II}T_d + k_d) p \varphi + k_{II} \varphi; \\ T_d p x + x = x' + \alpha_p. \end{cases} \quad (18)$$

Отримана система диференціальних рівнянь може бути зведена до одного рівняння за допомогою відповідної підстановки:

$$T_d^2 p^2 x + 2T_d p x + x = (k_{\Pi} T_d + k_d) p \varphi + k_{\Pi} \varphi + T_d p \alpha_p + \alpha_p. \quad (19)$$

Пронормуємо отримане рівняння (19), як це прийнято в теорії САР ДВЗ [1]:

$$\frac{T_d^2}{k_{\Pi}} p^2 x + \frac{2T_d}{k_{\Pi}} p x + \frac{1}{k_{\Pi}} x = \left( T_d + \frac{k_d}{k_{\Pi}} \right) p \varphi + \varphi + \frac{T_d}{k_{\Pi}} p \alpha_p + \frac{1}{k_{\Pi}} \alpha_p. \quad (20)$$

Введемо позначення:  $T_d / \sqrt{k_{\Pi}} = T_p$  – постійна часу ЕБК, що включає електронний регулятор;  $2T_d / k_{\Pi} = T_K$  – постійна часу катаракта (в'язкого тертя),  $1/k_{\Pi} = \delta_z$  – місцевий ступінь нерівномірності;  $(T_d + k_d / k_{\Pi}) = T_r$  – постійна часу для впливу по прискоренню колінчатого вала.

Тоді рівняння (20), що описує електронний блок керування із ПД-регулятором прийме класичний вид для теорії САР ДВЗ:

$$T_p^2 p^2 x + T_K p x + \delta_z x = T_r p \varphi + \varphi + 0,5 T_K p \alpha_p + \delta_z \alpha_p. \quad (21)$$

Аналіз отриманого диференціального рівняння показує, що оскільки  $\delta_z \neq 0$ , електронна система, що управляє двигуном, в складі регулятора й алгоритму ЕБУ має *статизм*, тобто при роботі двигуна з такою системою буде мати місце похибка в підтримці заданого швидкісного режиму. Отже, такий регулятор може бути використаний для транспортного двигуна. Для створення астатичного електронного регулятора необхідно вводити в його склад інтегральну ланку, яка може бути включена як паралельно (в алгоритм регулятора у вигляді інтегральної ланки), так і послідовно (в алгоритм ЕБК у вигляді позитивного зворотного зв'язку).

Крім того, як видно з рівняння (21), навіть при нульовому значенні диференціального коефіцієнта регулятора  $k_d$  регулятор буде мати диференціальну ланку, тобто залишиться ПД-регулятором.

**Статична характеристика** описаного регулятора може бути отримана з його динамічної характеристики шляхом обчислення похибки регулювання через зворотну передатну функцію [3]. Відомо [1], що статична характеристика – це залежність  $\varphi = f(x)$  на сталому, рівноважному режимі при постійному налаштуванні регулятора, що у цьому випадку виражається координатою  $\alpha_p$ . Покладемо, що зовнішній керуючий вплив відсутній, тобто  $\alpha_p = 0$ .

Тоді, виражаючи через зворотну передатну функцію, з рівняння (21) маємо:

$$\varphi = \frac{T_p^2 p^2 + T_K p + \delta_z}{T_r p + 1} x. \quad (22)$$

Після загасання всіх доданків, що описуються експоненціальними функціями, наприкінці процесу регулювання маємо [5]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (p) = 0. \quad (23)$$

З огляду на це, у рівнянні (22) перейдемо до оригіналів і одержимо асимптотичне співвідношення:

$$\varphi(t) \approx \delta_z x, \quad (24)$$

тобто, наприкінці процесу регулювання кутова швидкість обертання колінчатого вала зміниться в порівнянні з початковою на величину, пропорційну місцевому ступеню нерівномірності, що і є статичною похибкою регулювання.

### Висновки.

1. Отримано диференціальне рівняння електронного ПД-регулятора, що може бути використане для синтезу САР дизеля з електронним керуванням.
2. Показано, що на роботу регулятора впливає процес формування керуючого сигналу в електронному блоці керування.
3. Аналіз диференціального рівняння проходження сигналу через ЕБК, включаючи ПД-регулятор, показав, що заснована на такій схемі САР буде мати певний статизм, для виключення якого в схему регулювання необхідно вводити інтегруючі блоки.

**Список літератури.** 1. *Крутов В.И.* Автоматическое регулирование и управление двигателей внутреннего сгорания. / М.: Машиностроение, 1989. – 416 с. 2. Системы управления дизельными двигателями. Перевод с немецкого. Первое русское издание. – М.: ЗАО “КЖИ “За рулем”, 2004. — 480 с. 3. Теория автоматического управления для "чайников". Учебник. / *К.Ю. Поляков*, Санкт-Петербург, 2008. – 139 с. 4. *Прохоренко А.А.* Дифференциальное уравнение динамики дизеля с аккумуляторной системой топливоподачи как объекта регулирования / Двигатели внутреннего сгорания. – Харьков: НТУ «ХПИ», №2, 2011. СС. 81-86. 5. *Бесекерский В.А.* Теория систем автоматического управления / *В. А. Бесекерский, Е. П. Попов.* — изд. 4-е, перераб. и доп. — СПб, изд-во «Профессия», 2004. — 752 с.

Надійшла до редколегії 26.03.2012